

**Apellidos:** ..... **Nombre:** .....  
**DNI/ NIE:** .....

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES (1<sup>er</sup> y 2º curso)

### Instrucciones:

- Lee atentamente las preguntas antes de contestar y responde en los folios que se te proporcionarán.
- La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en su enunciado.
- Revisa detenidamente la prueba antes de entregarla.
- Al finalizar, se entregarán las pruebas y todas las hojas utilizadas para las respuestas.

### A. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. (50 puntos)

1. Los ingresos de una empresa dependen del dinero que invierte en publicidad. Si en dos años distintos sus gastos e ingresos en miles de euros han sido:

	$x_1$	$x_2$
Gastos $x$	3	5
Ingresos $y$	10	14
	$y_1$	$y_2$

#### Averigua:

(10 puntos, 5 por apartado)

- A. La función de interpolación para los datos reflejados en la tabla.

La función de interpolación es:  $y(x_2 - x_1) = (x - x_1)y_2 - (x - x_2)y_1$

Sustituyendo:

$$y - 10 = 2(x - 3)$$

$$y = 2x + 4$$

- B. ¿Qué ingresos podemos esperar si hacemos un gasto de 4000 €

$$y = 2 \cdot 4 + 4 = 12$$

Unos ingresos de 12000 €

2. Las puntuaciones de un test de cociente intelectual están distribuidas normalmente con una media 100 y desviación típica 15. **Contesta** a las siguientes preguntas:  
 (20 puntos, 15 el apartado A y 5 el apartado B)

- A. Una persona se considera que tiene una inteligencia superior si la puntuación obtenida está por encima de 115, ¿qué probabilidad hay de que al elegir una persona al azar esté dentro de este rango?

$X$  es una distribución normal de media 100 y desviación típica 15

$$P(X > 115) = 1 - P(X \leq 115) = 1 - P\left(Z \leq \frac{115 - 100}{15}\right) = 1 - P(Z \leq 1) = 0,1587$$

- B. En una población de 300.000 habitantes, ¿cuántas personas cumplirían este requisito?

$$300.000 \cdot 0,1587 = 47.610 \text{ habitantes.}$$



3. En casa hay dos llaveros A y B, y ambos contienen una llave de la puerta principal. El llavero A tiene 6 llaves y el B tiene 8. Se escoge al azar un llavero, y de él, una llave para intentar abrir la puerta principal. **Responde** a las siguientes preguntas:  
(20 puntos, 10 por apartado)

- A. ¿Cuál es la probabilidad de que se acierte con la llave?  
Tenemos que aplicar el teorema de Probabilidad Total:

$$P(\text{"elegir la llave correcta"}) = 1/2 \cdot 1/6 + 1/2 \cdot 1/8 = 7/48 = 0,145$$

- B. Y si la llave escogida es la correcta, ¿cuál será la probabilidad de que pertenezca al llavero A?  
Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(\text{"A"} \mid \text{llave correcta}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{7}{48}} = \frac{4}{7} = 0,57$$

## B. CUESTIONES. (40 puntos)

4. Dada la matriz A, **demuestra** que se cumple que  $A^3 + I = 0$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3, y  $0$  la matriz nula de orden 3x3.  
(10 puntos)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 + I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. **Estudia** la continuidad de la función:  
(20 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$f(x)$  está definida por funciones polinómicas en los intervalos  $(-\infty, 2)$  y  $(2, +\infty)$ . Por tanto,  $f(x)$  es continua en ambos intervalos. Estudiamos la continuidad en  $x=2$

$$f(2) = 2 \cdot 2 - 4 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 2x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 4) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

Luego  $f(x)$  es continua en  $x=2$ .



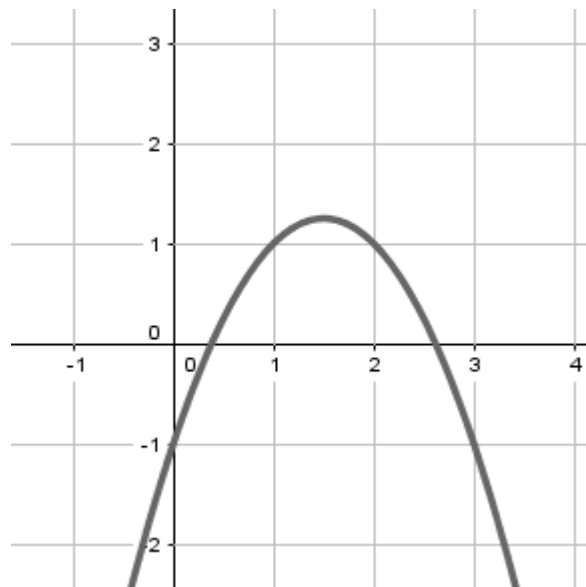
6. Del estudio de una variable bidimensional  $(x, y)$ , se conocen las varianzas marginales:  $S_x^2 = 1,71$ ,  $S_y^2 = 2,98$  y la covarianza  $S_{xy} = 2$ . **Calcula** el coeficiente de correlación. **Determina** si existe correlación y de qué tipo. (10 puntos)

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{2}{\sqrt{1,71} \cdot \sqrt{2,98}} = 0,886$$

Como el coeficiente de correlación está muy cerca de 1. Existe correlación entre las variables y es fuerte y directa ( $r > 0,85 > 0$ ).

### C. PREGUNTAS BREVES. (10 puntos)

7. **Marca** la expresión algebraica asociada a la siguiente gráfica y **justifica** tu respuesta.



- ☒  $f(x) = -x^2 + 3x - 1$   
☐  $f(x) = x^2 + 3x - 1$   
☐  $f(x) = -x^2 - 3x + 1$

La Opción 1 es la correcta. Se puede demostrar de varias formas, por ejemplo, donde se anula la primera derivada.  
 1ª opción

$$f(x) = -x^2 + 3x - 1$$

$$f'(x) = -2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$f'(x) = -1,5$$

Para el resto de opciones:

Por descarte la solución de este ejercicio es la opción 1.